

Matematika 11 - 12. évfolyam

specializáció

A fejlesztés várt eredményei a 12. évfolyam végére:

Gondolkodási és megismerési módszerek

- A logikai műveletek megfelelő alkalmazása a matematikában és a hétköznapi életben.
- Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése.
- Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben.
- A szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából.
- A szöveghez illő matematikai modell elkészítése.

Összefüggések, függvények, sorozatok

- A számtani és a mértani sorozat összefüggéseinek ismerete, gyakorlati alkalmazások.

Geometria

- A tanult tételek pontos ismerete, alkalmazásuk feladatmegoldásokban.
- A valós problémákhoz geometriai modell alkotása.
- Kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása speciális síkidomok és testek esetében.

Valószínűség, statisztika

- Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.
- A mindennapok gyakorlatában előforduló valószínűségi problémákat tudják értelmezni, kezelni.
- Megfelelő kritikával fogadják a statisztikai vizsgálatok eredményeit, lássák a vizsgálatok korlátait, érvényességi körét.

Összességében

- A matematikai tanulmányok végére a matematikai tudás segítségével önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat.
- Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat.
- Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy az érettségi után a döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni.
- Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket.
- Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni.
- A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szakkifejezéseket, jelöléseket.
- A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére.

– A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége.
-A középfokú matematikatanulás lezárásakor rendelkezzenek a matematika alapvető kultúrtörténeti ismereteivel, ismerjék a legnagyobb matematikusok felfedezéseit, legyen rálátásuk a magyar matematikusok eredményeire.

11. évfolyam-emelt szint

Témakör neve	Javasolt óraszám
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	13 óra
2. Számтан, algebra	29 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	55 óra
4. Geometria	45 óra
5. Valószínűség, statisztika	20 óra
Összefoglalásra, gyakorlásra, ismétlésre szánt órakeret (a kerettantervben ún. szabad órakeret, az éves óraszám 10%-a)	9 óra
Ellenőrzés, számonkérés	9 óra
Összesen	180 óra

TÉMAKÖR: Gondolkodási és megismerési módszerek

JAVASOLT ÓRASZÁM: 13 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Mintavétel céljának, értelmének megértése. Gráfokkal kapcsolatos ismeretek alkalmazása, bővítése, konkrét példák alapján gráfokkal kapcsolatos állítások megfogalmazása. A modellhasználati, modellalkotási képesség fejlesztése.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Vegyes kombinatorikai feladatok, kiválasztási feladatok. A kombinatorika alkalmazása egyszerű geometriai feladatokban.

Mintavétel visszatevés nélkül és visszatevéssel.

Matematikatörténet: Erdős Pál.

Ismerje, bizonyítsa és alkalmazza a permutációk, variációk (ismétlés nélkül és ismétléssel), kombinációk (ismétlés nélkül) kiszámítására vonatkozó képleteket.

Binomiális együtthatók.

Ismerje és alkalmazza a binomiális tételt. Gráfelméleti alapfogalmak (pont, él, fok, út, kör, összefüggő gráf, fa) definiálása, alkalmazásuk.

Ismerje az egyszerű gráf pontjainak foka és éleinek száma, valamint a fa pontjai és élei száma közötti összefüggést.

Matematikatörténet: Euler

Modell alkotása valós problémához: kombinatorikai modell.

Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.

Jelek szerepe, alkotása, használata: célszerű jelölés megválasztásának jelentősége a matematikában.

Modell alkotása valós problémához: gráfmodell. Megfelelő, a problémát jól tükröző ábra készítése.

FOGALMAK

Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül.

TÉMAKÖR: Számтан, algebra

JAVASOLT ÓRASZÁM: 29 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: valós problémák megoldása megfelelő modell választásával. A matematika alkalmazása más tudományokban. Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. A matematika épülésének elvei: létező fogalom újraértelmezése, kiterjesztése. A fogalmak kiterjesztése követelményeinek megértése. Függvénytulajdonság alkalmazása egyenlet megoldásánál (pl. szigorú monotonitás).

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Az n -edik gyök fogalma, azonosságai.

A négyzetgyök fogalmának általánosítása.

Bizonyítsa a négyzetgyökvonás azonosságait.

Bizonyítsa, hogy $\sqrt{2}$ irracionális szám.

Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén.

Irracionális kitevőjű hatvány értelmezése szemléletesen

Hatványozás azonosságainak alkalmazása. Példák az azonosságok érvényben maradására.

Bizonyítsa a hatványozás azonosságait egész kitevő esetén. A definíciók és a hatványozás azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható exponenciális egyenletek.

Tudjon megoldani összetett feladatokat.

Tudjon exponenciális egyenlőtlenségeket megoldani.

A logaritmus értelmezése.

Matematikatörténet:

A logaritmussal való számolás szerepe a Kepler-törvények felfedezésében.

Zsebszámológép használata, táblázat használata.

A logaritmus azonosságai.

Tudjon áttérni más alapú logaritmusra.

Bizonyítsa a logaritmus azonosságait.

A definíciók és a logaritmus azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható logaritmosos egyenletek.

Tudjon megoldani összetett feladatokat.

A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása.

Fogalmak módosítása újabb tapasztalatok, ismeretek alapján. A hatványfogalom célszerű kiterjesztése, permanenciaelv alkalmazása.

Ismeretek tudatos memorizálása. Ismeretek mozgósítása

Modellek alkotása (algebrai modell): exponenciális egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).

Korábbi ismeretek felidézése (hatvány fogalma).

Ismeretek tudatos memorizálása.

Annak felismerése, hogy a technika fejlődésének alapja a matematikai tudás.

Annak felismerése, hogy a technika fejlődésének alapja a matematikai tudás.

Modellek alkotása (algebrai modell): logaritmus alkalmazásával megoldható egyszerű exponenciális egyenletek; ilyen egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).

FOGALMAK

n-edik gyök. Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés , csökkenés. Logaritmus.

TÉMAKÖR: Összefüggések, függvények, sorozatok

JAVASOLT ÓRASZÁM: 55óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

A folyamatok elemzése a függvényelemzés módszerével. Tájékozódás az időben: lineáris folyamat, exponenciális folyamat. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően. Ismerethordozók használata.

Sorozat vizsgálata; rekurzió, képletek értelmezése. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Ismerethordozók használata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Szögfüggvények kiterjesztése, trigonometrikus alapfüggvények (sin, cos, tg).

A trigonometrikus függvények transzformációi: $f(x)+c$, $f(x+c)$; $cf(x)$; $f(cx)$.

Az exponenciális függvények.

A logaritmusfüggvények vizsgálata. Logaritmus alapfüggvények grafikonja, jellemzésük, exponenciális folyamatok a természetben és a társadalomban.

A logaritmus függvény, mint az exponenciális függvény inverze. Függvénynek és inverzének a grafikonja a koordináta-rendszerben.

Tudjon a közép szinten felsorolt függvényekből összetett függvényeket képezni.

Határérték, folytonosság

Ismerje a végesben vett véges, a végtelenben vett véges és a tágabb értelemben vett határérték szemléletes fogalmát. A folytonosság szemléletes fogalma.

Differenciálszámítás

Tudja a differencia-és differenciálhányados definícióját.

Alkalmazza az összeg, konstansszoros, szorzat-és hányadosfüggvény deriválási szabályait.

Alkalmazza egyszerű esetekben az összetett függvény deriválási szabályát.

Tudja bizonyítani a hatvány deriváltjára vonatkozó összefüggést természetes kitevő esetén.

Ismerje a trigonometrikus függvények deriváltját.

Alkalmazza a differenciál számítást:

- érintő egyenletének felírására,
- szélsőérték – feladatok megoldására,

polinomfüggvények (menet, szélsőérték, alak) vizsgálatára

A számsorozat fogalma. A függvény értelmezési tartománya a pozitív egész számok halmaza.
Matematikatörténet: Fibonacci.

Számtani sorozat, az n . tag, az első n tag összege.

Matematikatörténet: Gauss.

Mértani sorozat, az n . tag, az első n tag összege.

Sorozat-jellemzése (korlátosság, monotonitás), a konvergencia szemléletes fogalma.

Egyszerű rekurzív képlettel megadott sorozatok.

Bizonyítsa a számtani és mértani sorozat általános tagjára vonatkozó összefüggéseket és az összegképleteket.

Ismerje a végtelen mértani sor fogalmát, összegét.

Kamatokamat-számítás.

Tudjon gyűjtőjáradékot, és törlesztő részletet számítani.

A kiterjesztés szükségességének, alapgondolatának megértése. Időtől függő periodikus jelenségek kezelése.

Tudatos megfigyelés a változó szempontok és feltételek szerint.

Permanencia elv alkalmazása.

Modellek alkotása (függvény modell): a lineáris és az exponenciális növekedés/csökkenés matematikai modelljének összevetése konkrét, valós problémákban (például: népesség, energiafelhasználás, járványok stb.).

Sorozat megadása rekurzióval és képlettel.

A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során.

A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során.

A számtani sorozat mint lineáris függvény és a mértani sorozat mint exponenciális függvény összehasonlítása.

Modellek alkotása: befektetés és hitel; különböző feltételekkel meghirdetett befektetések és hitelek vizsgálata; a hitel költségei, a törlesztés módjai.

Az egyéni döntés felelőssége: az eladósodás veszélye.

Korábbi ismeretek mozgósítása (pl. százalékszámítás).

A szövegbe többszörösen mélyen beágyazott, közvetett módon megfogalmazott információk és kategóriák azonosítása.

FOGALMAK

Színusz függvény, koszínusz függvény, tangensfüggvény. Exponenciális függvény, logaritmusfüggvény. Exponenciális folyamat. Számsorozat. Rekurzió. Számítási sorozat, mértani sorozat.

TÉMAKÖR: Geometria

JAVASOLT ÓRASZÁM: 45óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

Tájékozódás a térben. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: távolságok, szögek kiszámítása a szögfüggvények segítségével. A matematika két területének (geometria és algebra) összekapcsolása: koordináta-geometria. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Színusztétel, koszínusztétel.

Tudjon számításokat végezni általános háromszögben.

Bizonyítsa a színusz-és a koszínusz tételt.

Pitagoraszi összefüggés egy szög színusza és koszínusza között. Összefüggés a szög és a mellékszöge színusza, illetve koszínusza között. A tangens kifejezése a színusz és a koszínusz hányadosaként.

Függvénytáblázat segítségével tudja alkalmazni egyszerű feladatokban az addíciós összefüggéseket.

Egyszerű trigonometrikus egyenletek. Trigonometrikus egyenletre vezető, háromszöggel kapcsolatos valós problémák. Azonosság alkalmazását igénylő egyszerű trigonometrikus egyenlet.

Tudjon megoldani összetett feladatokat.

Két vektor skaláris szorzata. A skaláris szorzat tulajdonságai. Két vektor merőlegességének szükséges és elégséges feltétele. A skalárszorzat kiszámítása koordinátákból.

A skalárszorzat koordinátákból való kiszámításának bizonyítása.

Vektoriális szorzat.

Helyvektor.

Műveletek koordinátáikkal adott vektorokkal. Vektorok és rendezett számpárok közötti megfeleltetés.

A helyvektor koordinátái.

Szakasz felezőpontjának, harmadoló pontjának, a háromszög súlypontjának koordinátái. Szakasz felezőpontja és harmadoló pontjai koordinátáinak kiszámítására vonatkozó összefüggések igazolása. Igazolja a háromszög súlypontjának koordinátáira vonatkozó összefüggést.

Két pont távolsága, a szakasz hossza.

A kör egyenlete.

Pitagoraszi összefüggés egy szög szinusza és koszinusza között. Összefüggés a szög és a mellékszöge szinusza, illetve koszinusza között. A tangens kifejezése a szinusz és a koszinusz hányadosaként.

Függvénytáblázat segítségével tudja alkalmazni egyszerű feladatokban az addíciós összefüggéseket.

Egyszerű trigonometrikus egyenletek. Trigonometrikus egyenletre vezető, háromszöggel kapcsolatos valós problémák. Azonosság alkalmazását igénylő egyszerű trigonometrikus egyenlet.

Tudjon megoldani összetett feladatokat.

Két vektor skaláris szorzata. A skaláris szorzat tulajdonságai. Két vektor merőlegességének szükséges és elégséges feltétele. A skalárszorzat kiszámítása koordinátákból.

A skalárszorzat koordinátákból való kiszámításának bizonyítása.

Vektoriális szorzat.

Helyvektor.

Műveletek koordinátaikkal adott vektorokkal. Vektorok és rendezett számpárok közötti megfeleltetés.

A helyvektor koordinátái.

Szakasz felezőpontjának, harmadoló pontjának, a háromszög súlypontjának koordinátái. Szakasz felezőpontja és harmadoló pontjai koordinátáinak kiszámítására vonatkozó összefüggések igazolása. Igazolja a háromszög súlypontjának koordinátáira vonatkozó összefüggést.

Két pont távolsága, a szakasz hossza.

A kör egyenlete.

A kör egyenletének levezetése

A kör és a kétismeretlenes másodfokú egyenlet kapcsolata.

Két kör kölcsönös helyzetének meghatározása, metszéspontjainak felírása.

Külső pontból húzott érintő egyenletének felírása.

Az egyenes különböző megadási módjai. Az irányvektor, a normálvektor, az iránytangens.

Iránytangens és az egyenes meredeksége.

A merőlegesség megfogalmazása skaláris szorzattal.

Az egyenes egyenlete.

Két egyenes párhuzamosságának, merőlegességének feltétele.

Az egyenes egyenletének levezetése különböző kiindulási adatokból a síkban.

Két egyenes metszéspontja.

Kör és egyenes kölcsönös helyzete.

A kör adott pontjában húzott érintője.

A koordinátageometriai ismeretek alkalmazása egyszerű síkgeometriai feladatok megoldásában.

A parabola egyenletének levezetése, feladatok a koordinátatengelyekkel párhuzamos tengelyű parabolákra.

A hiperbola, és az ellipszis egyenletének levezetése, alkalmazása feladatokban.

Általános eset, különleges eset viszonya (a derékszögű háromszög és a két tétel).

A trigonometrikus azonosságok megértése, használata.

Függvénytáblázat alkalmazása feladatok megoldásában.

A problémához hasonló egyszerű probléma keresése.

A művelet újszerűségének felfedezése.

A szükséges és az elégséges feltétel felismerése, megkülönböztetése.

Emlékezés: jelek, jelölések, megállapodások.

A vektor fogalmának bővítése (algebrai vektorfogalom). Sík és tér: a dimenzió szemléletes fogalmának fejlesztése.

Képletek értelmezése, alkalmazása.

Képletek értelmezése, alkalmazása.

Geometria és algebra összekapcsolása.

Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.

Geometriai ismeretek felelevenítése, megfogalmazása algebrai alakban.

Az egyenest jellemző adatok, a közöttük felfedezhető összefüggések értése, használata.

Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel. Ismeretek mozgósítása, alkalmazása (elsőfokú, illetve másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása).

A geometriai fogalmak megjelenítése algebrai formában. Geometriai ismeretek mozgósítása. Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Geometriai problémák számítógépes megjelenítése.

FOGALMAK

Valós szám szinusza, koszinusza, tangense. Bázisrendszer, helyvektor. Skaláris szorzat.

Ponthalmaz egyenlete; kétismeretlenes egyenletnek megfelelő ponthalmaz.

TÉMAKÖR: Valószínűség, statisztika

JAVASOLT ÓRASZÁM: 20óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Műveletek az események között. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Ismétlés, rendszerezés: eseményekkel végzett műveletek; példák események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre; elemi események. Események előállításuk elemi események összegeként. Példák független és nem független eseményekre.

Alkalmazza a következő fogalmakat. Események egyesítésének metszetének és komplementerének valószínűsége, feltételen valószínűség, függetlenség, függőség.

A nagy számok törvényének szemléletes tartalma.

A valószínűség klasszikus modellje.

Matematikatörténet: Rényi: Levelek a valószínűségről.

valószínűség-számítási problémák.

Statisztikai mintavétel. Valószínűségek visszatevéses mintavétel esetén, a binomiális eloszlás. Visszatevés nélküli mintavétel.

A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása. Halmazzműveletek és események közötti műveletek összekapcsolása.

A modell és a valóság kapcsolata.

Ismeretek mozgósítása, tanult kombinatorikai módszerek alkalmazása.

Modell alkotása (valószínűségi modell): a mintavételi eljárás lényege.

FOGALMAK

Valószínűség matematikai fogalma. Klasszikus valószínűség-számítási modell.

12. évfolyam-emelt szint

Témakör neve	Javasolt óraszám
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	17 óra
2. Számтан, algebra	–
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	40 óra
4. Geometria	35 óra
5. Valószínűség, statisztika	22 óra
Rendszerező összefoglalás, összefoglalásra, gyakorlásra, ismétlésre szánt órakeret (a kerettantervben ún. szabad órakeret, az éves óraszám 10%-a)	93 óra
Ellenőrzés, számonkérés	10óra
Az össz. óraszám	217 óra

TÉMAKÖR: Gondolkodási és megismerési módszerek

JAVASOLT ÓRASZÁM: 17 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

A logikai műveletek megfelelő használata a hétköznapi életben és a matematikában.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Logikai műveletek: „nem”, „és”, „vagy”, „ha..., akkor”, „akkor és csak akkor”.

Emelt szint:

Tudja megfogalmazni konkrét esetekben tételek megfordítását

Kijelentés fogalma, műveletek kijelentésekkel: konjunkció, diszjunkció, negáció, implikáció, ekvivalencia. Logikai műveletek igazságtáblázatai, egyszerű azonosságok.

A logikai műveletek változatos alkalmazásai feladatokban.

Emelt szint:

Ismerje az alábbi bizonyítási típusokat és tudjon példát mondani alkalmazásukra:
Direkt és indirekt bizonyítás, skatulya elv.

Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló alkalmazása. A köznyelvi kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentéstartalmának összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendezése a megadott célnak megfelelően. Matematikai tartalmú (nem tudományos jellegű) szöveg értelmezése.

Az ismeretek rendszerezése: a matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása (halmazok – kijelentések – események).

FOGALMAK

Logikai művelet. Igazságtáblázat.

TÉMAKÖR: Összefüggések, függvények, sorozatok

JAVASOLT ÓRASZÁM: 40 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

A határozott integrál szemléletes fogalma, tulajdonságai, az integrálszámítás alkalmazás feladatokban.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Ismerje a folytonos függvényekre a határozott integrál szemléletes fogalmát és tulajdonságait. Ismerje a kétoldali közelítés módszerét, az integrálfüggvény fogalmát, a primitív függvény fogalmát, valamint a Newton-Leibniz-tételt.

Tudja a polinom függvények, illetve a szinusz és koszinusz függvény grafikonja alatti területet számolni.

FOGALMAK

Határozott integrál szemléletes fogalma, Newton-Leibniz tétel

TÉMAKÖR: Geometria

JAVASOLT ÓRASZÁM: 35óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

Terület, kerület, felszín és térfogat kiszámítása.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Síkidomok kerületének és területének számítása.

A háromszög területének kiszámítására használt képletek bizonyítása, további összefüggések:

$t = sr$ (bizonyítása)

Heron-képlet alkalmazása és bizonyítása.

Egyéb síkidomok területképleteinek bizonyítása.

Mértani testek csoportosítása. Hengerszerű testek (hasábok és hengerek), kúpszerű testek (gúla és kúpok), csonka testek (csonka gúla, csonka kúp). Gömb.

A tanult testek felszínének, térfogatának kiszámítása. Gyakorlati feladatok.

Összetett térgeometriai feladatok megoldása.

Ismeretek alkalmazása.

A problémához illeszkedő vázlatos ábra alkotása; síkmetszet elképzelése, ábrázolása.

Fogalomalkotás közös tulajdonság szerint (hengerszerű, kúpszerű testek, poliéderek).

A valós problémákhoz modell alkotása: geometriai modell. Ismeretek megfelelő csoportosítása.

FOGALMAK

Terület, felszín, térfogat.

TÉMAKÖR: . Valószínűség, statisztika

JAVASOLT ÓRASZÁM: 22óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Statisztikai mérőszámok. Következtetések a statisztikai mutatók alapján. A valószínűség geometriai modellje.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Egyszerű példák a valószínűség kiszámításának geometriai modelljére.

A binomiális eloszlás és a hipergeometriai eloszlás tulajdonságai és ábrázolása.

Várható érték, szórás fogalma, és kiszámítása a diszkrét egyenletes és a binomiális eloszlás esetén.

A binomiális eloszlás alkalmazása. A minta relatív gyakoriságának becslése a sokaság paramétereinek ismeretében.

Adathalmazok jellemzői: átlag, medián, módusz, terjedelem, szórás. Nagy adathalmazok jellemzése statisztikai mutatókkal.

Ismerje az adathalmazok egyesítése és átlaguk közötti kapcsolatot.

Modellalkotás; megfelelő valószínűségi modell hétköznapi problémákra, jelenségekre.

A statisztikai kimutatások és a valóság: az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése.

Közvélemény-kutatás, minőség-ellenőrzés, egyéb gyakorlati alkalmazások elemzése.

Számológép/számítógép használata statisztikai mutatók kiszámítására.

FOGALMAK

Szórás.

TÉMAKÖR: Rendszerező összefoglalás, összefoglalásra, gyakorlásra, ismétlésre szánt órakeret (a kerettantervben ún. szabad órakeret, az éves óraszám 10%-a)

JAVASOLT ÓRASZÁM:93 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

A matematika épülésének elvei: ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Motiválás. Emlékezés. Önismeret, önértékelés, reflektálás, önszabályozás. Alkotás és kreativitás: alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Hatékony, önálló tanulás kompetenciájának fejlesztése.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Gondolkodási és megismerési módszerek

Halmazok. Ponthalmazok és számhalmazok. Valós számok halmaza és részhalmazai.

Ismerjen példát véges, megszámlálhatóan végtelen és nem megszámlálhatóan végtelen halmazra.

Állítások logikai értéke. Logikai műveletek.

Alkalmazza a tudatosan a nyelv logikai elemeit.

A halmazelméleti és a logikai ismeretek kapcsolata.

Definíció és tétel. A tétel bizonyítása. A tétel megfordítása.

Bizonyítási módszerek ismerete és példa az alkalmazásukra.

Kombinatorika: leszámplálási feladatok. Egyszerű feladatok megoldása gráfokkal.

Ismerje, bizonyítsa és alkalmazza a permutációk, variációk, kombinációk kiszámítására vonatkozó képleteket.

Ismerje és alkalmazza a binomiális tételt.

Definiálja a következő fogalmakat: pont, él, fok, út, kör, összefüggő gráf, fa.

Ismerje az egyszerű gráf pontjainak foka és éleinek száma közötti összefüggést.

Műveletek értelmezése és műveleti tulajdonságok.

A problémának megfelelő szemléltetés kiválasztása (Venn-diagram, számegyenes, koordináta-rendszer).

Szövegértés. A szövegben található információk összegyűjtése, rendszerezése.

Halmazok eszközjellegű használata.

Emlékezés a tanult definíciókra és tételekre, alkalmazásuk önálló problémamegoldás során.

Direkt és indirekt bizonyítás közötti különbség megértése. Néhány tipikusan hibás következtetés bemutatása, elemzése.

Sorbarendezési és kiválasztási problémák felismerése.

Gondolatmenet szemléltetése gráffal.

Absztrakt fogalom és annak konkrét megjelenései: valós számok halmazán értelmezett műveletek, halmazműveletek, logikai műveletek, műveletek vektorokkal, műveletek vektorral és valós számmal, műveletek eseményekkel.

Számtan, algebra

Gyakorlati számítások.

Oszthatóság.

Számelmélet alaptételének megfogalmazása, oszthatósági szabályok, feladatok megoldása.

Számok átírása 10-es alapú számrendszerből n-alapú számrendszerbe.

Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, prímszám, összetett szám.

Egyenletek és egyenlőtlenségek.

Algebrai azonosságok, hatványozás azonosságai, logaritmus azonosságai, trigonometrikus azonosságok.

Permanencia elv.

Irracionális kitevőjű hatvány értelmezés szemléletesen.

Bizonyítsa a hatványozás azonosságait egész kitevő esetén.

Bizonyítsa a logaritmus azonosságait.

Tudjon szögfüggvényeket kifejezni egymásból.

Függvénytáblázat segítségével tudja alkalmazni az addíciós összefüggéseket.

Egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása. Algebrai megoldás, grafikus megoldás. Ekvivalens egyenletek, ekvivalens átalakítások. A megoldások ellenőrzése.

Összetett feladatok megoldása.

Első- és másodfokú egyenlet és egyenlőtlenség.

Értelmezési tartomány, illetve értékészlet vizsgálattal, valamint szorzattá alakítással megoldható feladatok.

Paraméteres elsőfokú egyenletek megoldása.

Igazolja a másodfokú egyenlet megoldóképletét.

Igazolja és alkalmazza a gyökök és együtthatók közötti összefüggéseket.

Másodfokú paraméteres feladatok megoldása.

Négyzetgyökös egyenletek.

Tudjon két négyzetre emeléssel megoldható egyenleteket megoldani

Abszolút értéket tartalmazó egyenletek. Egyszerű exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenletek.

Összetett feladatok megoldása.

Elsőfokú és egyszerű másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.

Két- és háromismeretlenes elsőfokú egyenletrendszerek megoldása.

Egyszerű kétismeretlenes lineáris paraméteres egyenletrendszer megoldása.

Tudjon másodfokúra visszavezethető egyenletrendszereket megoldani

Egyenletekre, egyenlőtlenségekre vezető gyakorlati életből vett és szöveges feladatok.

Kerekítés, közelítő érték, becslés. Számológép használata, értelmes kerekítés.

Megoldások az alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz megfelelő kezelésével.

Az azonosságok szerepének ismerete, használatuk. Matematikai fogalmak fejlődésének bemutatása pl. a hatvány, illetve a szögfüggvények példáján.

Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása.

Az önellenőrzésre való képesség. Önfegyelem fejlesztése: sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás.

Tanult egyenlettípusok és egyenlőtlenségtípusok önálló megoldása.

A tanult megoldási módszerek biztos alkalmazása.

Matematikai modell (egyenlet, egyenlőtlenség) megalkotása, vizsgálatok a modellben, ellenőrzés.

Összefüggések, függvények, sorozatok

A függvény megadása. A függvények tulajdonságai.

Ismerje és alkalmazza a függvények megszorításának és kiterjesztésének fogalmát.

Összetett függvény fogalma.

Tudjon a középszinten felsorol függvényekből összetett függvényeket képezni.

A tanult alapfüggvények ismerete.

Függvénytranszformációk: $f(x)+c$, $f(x+c)$; $cf(x)$; $f(cx)$. Eltolás, nyújtás és összenyomás a tengelyre merőlegesen.

Függvényvizsgálat a tanult szempontok szerint.

Az egyváltozós valós függvények analízise (határérték, folytonosság, differenciálszámítás, integrálszámítás – lásd részletesen 11. évf.)

Használja a konvexitás és konkávitás fogalmát a függvények jellemzésére.

Egyszerűbb, másodfokú függvényre vezető szélsőérték feladatok megoldása.

Emlékezés: a fogalmak pontos felidézése, ismerete.

Értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, periodicitás, paritás fogalmak alkalmazása konkrét feladatokban.

Az alapfüggvények ábrázolása és tulajdonságai.

Képi emlékezés statikus helyzetekben (grafikonok felidézése).

Kapcsolat a matematika két területe között: függvénytranszformációk és geometriai transzformációk.

Emlékezés, ismeretek mozgósítása.

Függvények használata valós folyamatok elemzésében.

Függvény alkalmazása matematikai modell készítésében.

Geometria

Geometriai alapfogalmak, pontthalmazok.

Parabola fogalma.

Tételek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge.

Távolságok és szögek kiszámítása.

Geometriai transzformációk.

Tudja pontosan megfogalmazni az egybevágósági transzformációk definícióit.

Pont körüli forgatás alkalmazása.

Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál.

Egybevágóság, hasonlóság.

Ismerje a síkidomok egybevágóságának fogalmát, valamint a sokszögek egybevágóságának elégséges feltételét.

Ismerje és alkalmazza a térbeli egybevágósági transzformációkat.

Ismerje a hasonlósági transzformáció definícióját.

Tudja a merőleges vetítés definícióját, tulajdonságait.

Szimmetriák.

Háromszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk.

A háromszög nevezetes vonalai, pontjai és körei. Összefüggések a háromszög oldalai, oldalai és szögei között.

A derékszögű háromszög oldalai, oldalai és szögei közötti összefüggések.

Négyszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk.

Négyszögek csoportosítása különböző szempontok szerint. Szimmetrikus négyszögek tulajdonságai.

A konvex sokszög átlóinak száma a belső és külső szögösszegre vonatkozó tétel bizonyítása.

Körre vonatkozó tételek kimondása és bizonyítása (a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, külső pontból húzott érintő szakaszok egyenlő hosszúak).

Igazolja és alkalmazza a középpont és kerületi szögek tételét.

Ismerje és használja a látókör fogalmát.

Számítási feladatok.

Vektorok, vektorok koordinátái. Bázisrendszer.

A skalárszorzat koordinátákból való kiszámításának bizonyítása és alkalmazása.

Vektoriális szorzat.

Matematikatörténet:

a vektor fogalmának fejlődése a fizikai vektorfogalomtól a rendezett szám n -esig.

Egyenes egyenletének levezetése különböző kiindulási adatokból a síkban, feladatok megoldása.

Kör egyenletének levezetése.

Két alakzat közös pontja.

Külső pontból a körhöz húzott érintő egyenletének felírása.

A parabola, hiperbola, ellipszis egyenletének levezetése és alkalmazása feladatokban.

Matematikatörténet: nevezetes szerkeszthetőségi problémák.

Valós problémában a megfelelő geometriai fogalom felismerése, alkalmazása.

Szerepük felfedezése művészetekben, játékokban, gyakorlati jelenségekben.

Állítások, tételek kimondása, bizonyítása.

A problémának megfelelő összefüggések felismerése, alkalmazása.

Állítások, tételek kimondása és bizonyítása

Valószínűség-számítás, statisztika

Diagramok (hisztogram is). Statisztikai mutatók: módusz, medián, átlag, szórás.

Gyakoriság, relatív gyakoriság. Véletlen esemény valószínűsége.

A valószínűség kiszámítása a klasszikus modell alapján.

A véletlen törvényszerűségei.

Ismerje és alkalmazza a következő fogalmakat:

események egyesítésének, metszetének és komplementerének valószínűsége, feltételes valószínűség, függetlenség, függőség.

Geometriai valószínűség.

A binomiális eloszlás és a hipergeometriai eloszlás tulajdonságai és ábrázolása.

Adathalmazok jellemzése önállóan választott mutatók segítségével. A reprezentatív minta jelentőségének megértése.

A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban.

A szerencsejátékok igazságtalanságának és a játékszenvedély veszélyeinek felismerése.

FOGALMAK

Következtetés. Definíció. Tétel. Bizonyítás. Halmaz, alaphalmaz, igazsághalmaz, megoldáshalmaz. Függvény/transzformáció. Értelmezési tartomány. Művelet, műveleti tulajdonság. Egyenlet, azonosság, egyenletrendszer, egyenlőtlenség. Ekvivalencia. Ellenőrzés. Véletlen, valószínűség. Adat, statisztikai mutató. Térelem, mennyiségi jellemző (távolság, szög, kerület, terület, felszín, térfogat). Matematikai modell.